

幾個數學觀念與太極拳

汪群超 2001.11.18

類神經網路 (Artificial Neural Network)

十多年前，類神經網路開始在世界各學術領域掀起一股研究與應用的風潮。大家開始談論 Neural/Fuzzy(模糊理論)。甚至許多商品，特別是日本的電器用品，也出現加入 Neural/Fuzzy 的技術。強調植入某種電腦晶片的機械透過適當的訓練，也可以如人腦般的『思考』。甚至能力還會隨著時間與工作的增加而增強。也會如同人類的智慧一般，可以『舉一反三』。電腦之『腦』已經快等同人腦之『腦』了。確實引起不少人的恐慌與好奇。

類神經網路在一般人的心目中始終披著疑惑的面紗。懷疑的心情多過期待。到底類神經網路如何『思考』？如何被『訓練』能舉一反三？其實說穿了，那只不過是一個數學問題罷了！一個老老的數學問題，藉由近代高速的電腦將它借屍還魂！其基本的觀念是利用數學的函數來模擬人類腦細胞的運作。早期的科學已經發現，人類的所有反應都是靠為數衆多（以億為單位）的腦細胞間，錯綜複雜的相互刺激引發的。在電腦運算速度的不斷提昇後，終於有機會可以利用電腦來模擬腦細胞的運作。

如同人類對事物的反應，有些是先天的，有些則是經過不斷的學習，透過經驗的累積而來。當面對一件不曾經歷的事情（或刺激）時，腦細胞也會根據過去的『經驗』，做出反應。不管反應的適當與否，這個經驗都將被納入腦細胞的運作機制，作為下一次反應的『參考』，並且不斷的修正。

類神經網路基於這樣的學習過程，企圖利用電腦來模擬人腦的『反應』機制。方法如下：

給予電腦關於某件事物的一些既定的（或已知）的因果關係，並且將該如何反應也一併告知。也就是說把一些『考古題』的『題目』與『答案』同時告訴電腦，希望電腦能將這些因果關係『學』好。面對什麼樣的題目，要知道拿什麼答案來應對。電腦在這方面的學習能力絕對沒問題，不管給多少題目與答案，都可以『背』的很好，對答如流。於是乎，我們都會盡量將可能面對的所有『題目』與『答案』蒐集來並『餵』給電腦。讓它盡量吸收。這樣一來電腦以其快速的運算，幾乎可以表現出如神經細胞的反應。只要是先前『填鴨』過的題目，都可以圓滿答覆，完成任務。

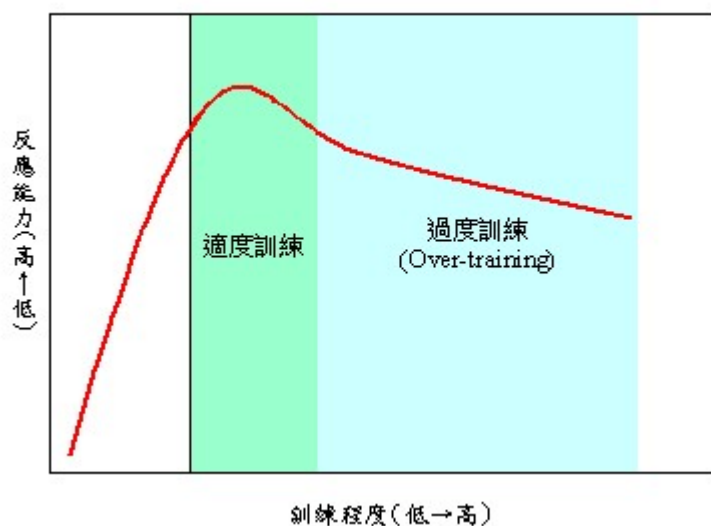


圖 1: 訓練程度與反應能力的關係

經過這些訓練的電腦，便可以用來執行任務，因為所有可能面對的工作及應對的方式，都已經裝在『腦子』裡了。更厲害的是，面對不曾『背』(訓練) 過的問題，也能做出反應。不過，許多的研究卻都顯示，當電腦『背』的越好、越完美時，其面對新問題所做

出的反應，出乎意表的，反而變差了！只能訓練得『恰到好處』，不能太好。電腦類神經系統受訓練的程度與其面對新問題反應的關係如圖 1 所示。研究學者只好故意讓電腦學得差一些，保持在『適度訓練』的區域。那種『恰到好處』的拿捏，沒有一定的規範，有點『道』的味道！常常是存乎一心，沒有一定的準則。對研究科學的人而言，這種感覺是很無奈、痛苦的！

這到底是怎麼回事呢？

另一種形式的『整』

當年筆者在美國從事海軍反潛艦計劃時，必須利用電腦不斷的計算出潛艇的方位，以隨時掌握其行蹤。理論上，每次都可以讓電腦將潛艇的位置準確的計算出來，但是，由於計算的複雜度，所花的時間可能導致潛艇失聯。此時必須犧牲準確度，不求百分之百的準確，允許某種程度的誤差，來換取時間，才能隨時鎖定潛艇的方位。這種觀念普遍的應用在各種應用科技上，像飛彈的導航、雷達系統、太空、生物科技、等。爲了達到實質應用的目的，往往都必須捨棄對完美的追求，才能完成任務。老師常講的 0.3 秒的時間，發人於三步之外。這 0.3 秒所發生的事，是不是也有這種『揚棄完美、妥協於完整』的味道呢。

老師嘗說：『某某人的拳很像師爺，不過「很像」就是「不像」... 云云』。神韻、氣勢、那種太極拳完整一氣的感覺沒有了，學得再像，也是枉然，無法應用。把每一招每一式學的像極了，甚至做到標準了，都還不見得是對的，抓不到太極拳要表達的意涵，一切仍是空談。數學的理論拿來應用時，也是要講究『內涵的捕捉』、『對與不對』、『精準不精準』都還是其次的問題！

但如何去掌握那個意涵呢？有個數學理論可以參考：

特性對映 (Property Mapping) 與基準八法

數學上有個理論是這麼說的：有一件事物（或說一個訊號）原本應具備某些特性 (property)。後來因爲一些已知或未知原因造成這些特性的流失、模糊甚至不復存在。這個已經失去『原味』的事物如何重拾應具備的特性呢？有一個方法是這樣的：

調整這個事物使其具備 A 特性，然後再將這個被調整過、具 A 特性的事物，調整使其具備 B 特性。此時，原先已經具備的 A 特性很可能會再度流失或變得模糊。持續用這個方法，讓該事物逐次具備每一個特性。過程當中，每一個特性會被加諸於該事物，也會因其他特性的加入而再次流失或模糊或消失。當所有的特性都逐一加入後，重複方才的動作，從 A 特性開始，又逐一加入。如此反覆，一次又一次的循環。理論上可以證明，最後的結果將收斂 (Converge) 到一個具備所有特性的事物。

那為何不一次將所有特性都加諸於該事物呢？實際應用上發現，這是做不到的！將不同特性同時加入時，會產生互斥的現象。應用上根本不可行。既然做不到，只好一個一個來，但又會產生『挖東牆、補西牆』的效應。令人直覺上懷疑它的效果。而這個數學理論的價值，在於證明即便是一個個特性逐漸加入，經過不斷的『流失』到不斷的再『加入』，終究還是會達到目的。

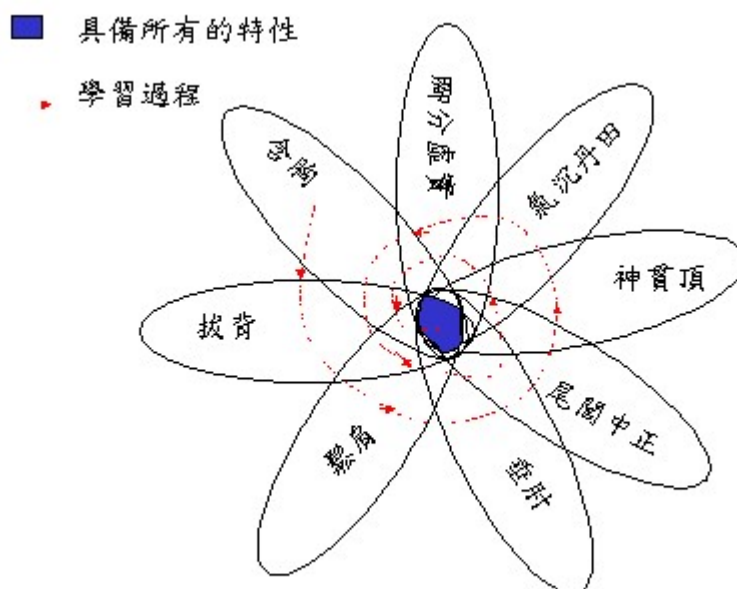


圖 2: 特性對映理論下，學習具備基本八法的過程。

傳統太極拳要求『基準八法』：含胸、拔背、鬆肩、垂肘、尾閭中正、神貫頂、氣沉丹田、腳分虛實。學習過程中，要一次做到根本不可能。這是所有習拳者共同的經驗。該如何才能同時具備這八個條件呢？應用前述的理論，或許可以幫助初學者按部就班的達成目標：一法一法的去要求，去落實。當已經做的不錯的要領突然退步了，也不必驚慌，那是『理』所當然的。透過不斷的落實個別要領，進步、退步、退步後再進步，不斷的重複，總有一天，八法將俱全。圖2將『特性對映』的理論與基準八法的學習過程做個聯想。圖中的虛線從外捲入中間的實心部分。由外捲入代表逐漸具備八法的學習過程

結語

如果這個方式可行，那麼九轉神功的九個功法，左家諸多的功法，甚至劍法。也都可以依此理逐步達到。應用這個理論基礎，學習過程中心理的不確定性也會減低。依理依法一定可以逐漸圓滿。

印象中，數學是科學的、精準的、毫厘不差的、講究邏輯觀念的、沒有妥協性的。實際上，在數學應用的領域裡，還是充滿著『妥協』與犧牲精準完美的精神，向整體的圓滿妥協。這個精神是否跟太極拳有異曲同工之妙呢?!

補充：

有一個數學應用的例子是這樣的：某公司一到九月的營業額如圖3所示。想根據這些數據來預測十月的營業額。圖4的方法，用一條複雜的曲線來做預測，這個方法認為營業額是根據這條曲線的走勢而定，因為這條曲線精準的涵蓋前九個月的營業額。第十個月應該也要按照這這個趨勢走。不過如果將十月份的位置對到這條曲線時，發現預測值非常的低，根本不合理。

反觀圖5，用一條較簡單的曲線來代表營業額的走勢，雖然不能準確的表示前九個月的數據，但是卻能比較正確的抓住這些數據所隱含的『趨勢』。最後的預測值也比較合理。

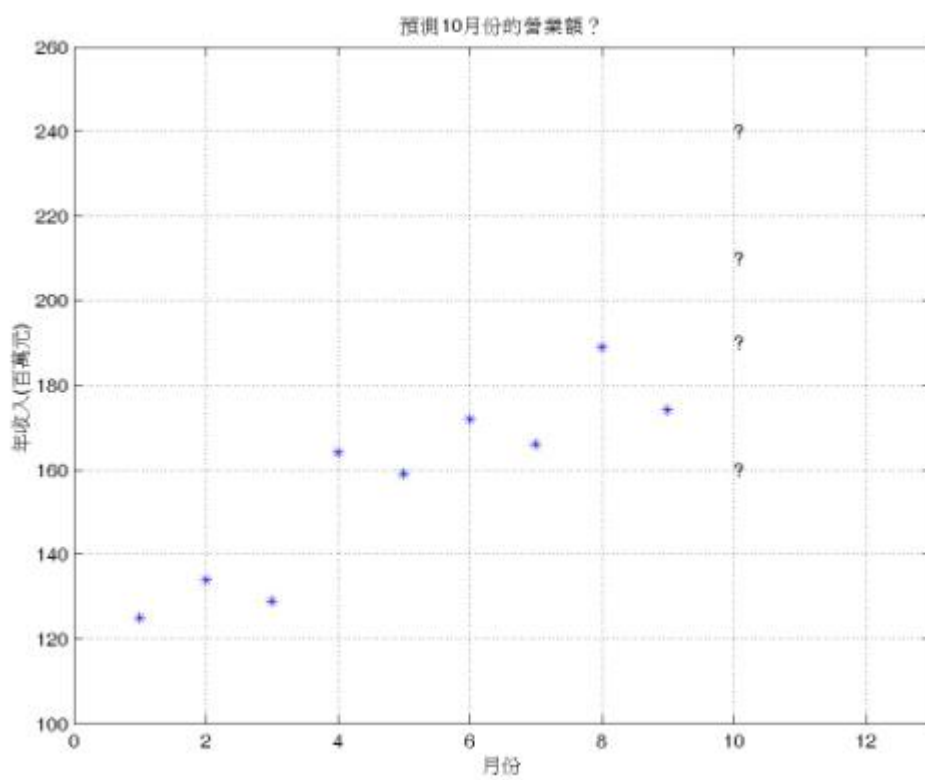


圖 3: 已知一至九月的營業額, 想預測未知的十月份營業額

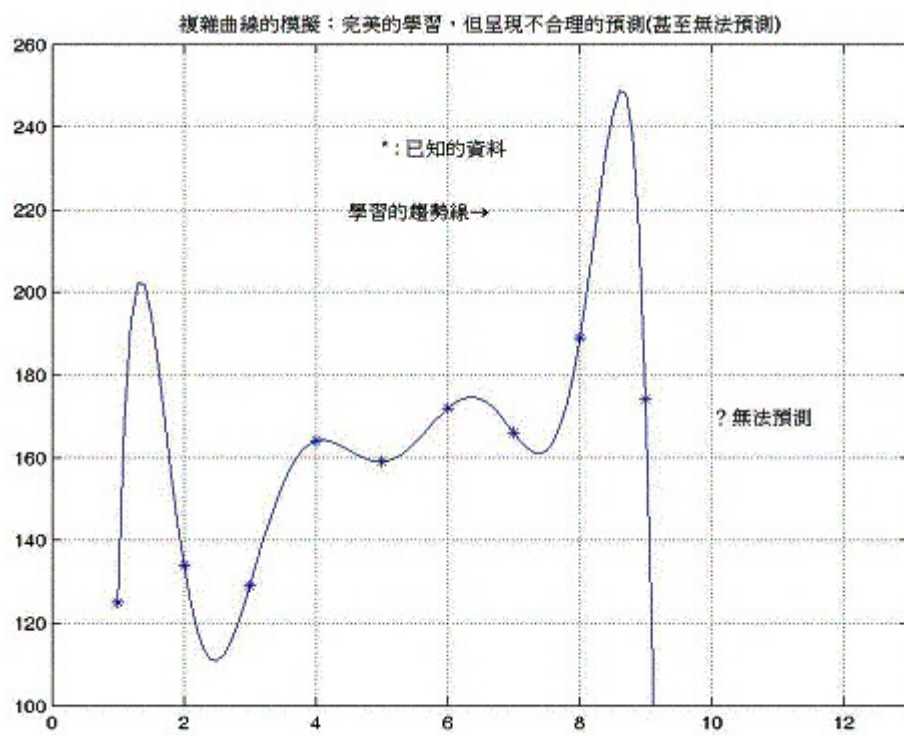


圖 4: 用一條較複雜且精準的曲線來表示營業額的趨勢

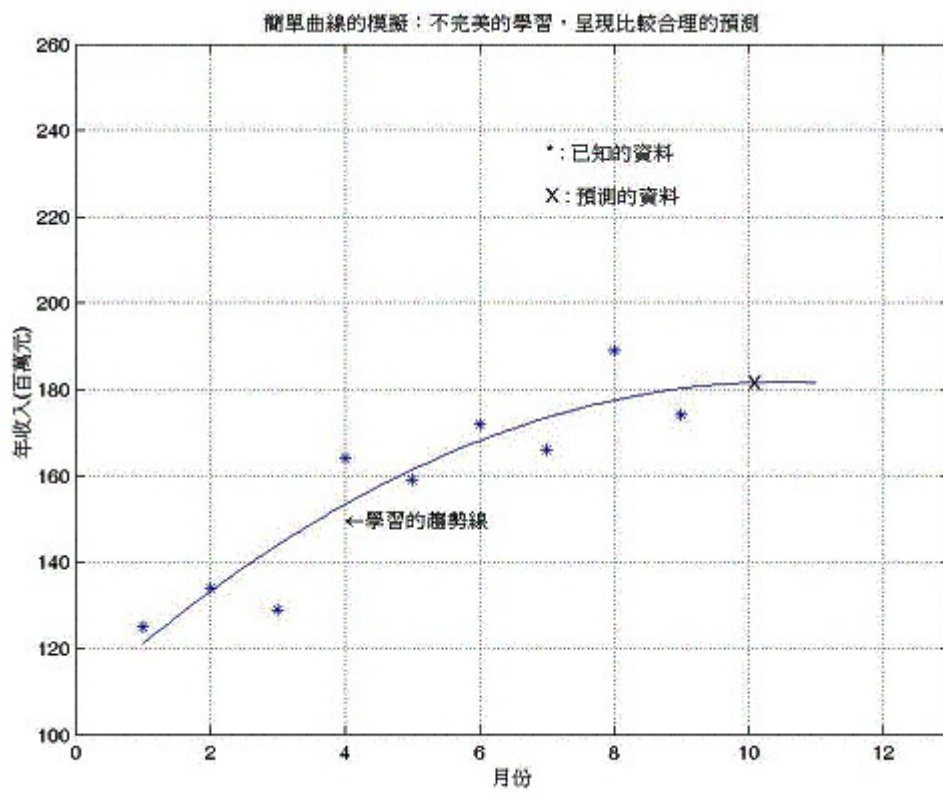


圖 5: 用一條較簡單的曲線來表示營業額的趨勢