

自序

November 23, 2017

本書內容源自筆者在大學教授「統計計算」課程的講義。自己寫講義，無非是市面上沒有合適的書能滿足我對這門課的想法。十多年下來，從輔助上課的講義，到逐漸修訂並擴增內容與範圍，最後以主題型態寫成一篇篇的講義文章，放在網路上供學生及有興趣的學者自行閱讀。

我的想法是以數學實驗室的概念出發，透過電腦程式設計，重建數學與應用科學的學理，譬如在統計、機率、線性代數等數學相關的學門。這一切都是拜電腦科技進步之賜，在軟、硬體方面都提供了足夠的實驗設備，幫助學習者動手做數學實驗。讓原本令人卻步、偏重理論的課程變得有趣，因為透過實驗觀察，也能理解數學。讓數學不是很頂尖的學生也能從事與數學相關的工作，譬如人工智慧（AI）、機器學習、深度學習、金融科技（FinTech）等具時代性的領域。

實驗是具象的操作與觀察，學理是抽象的閱讀與理解；從具象理解抽象，從抽象解讀具象，也就是實驗（程式設計）與學理（數學原理）互為表裡、彼此幫襯、與時俱進。這是時代的優勢，在三十多年前還看不到，年輕學子應趁勢而為，抓住時機開創大時代。

本書從講義變成一本書，是東華書局張振楓先生牽線促成。期間鈦思科技提供新版MATLAB 軟體供我測試使用，才能與時並進的提供最新的軟體功能。十多年來，上過我的「統計計算」課程的學生，在互動的過程中給了我信心，相信以程式實驗帶領的學習過程是肯定並令人驚喜的。一併感謝他們。

汪群超

2017年9月於三峽台北大學

寫在 2005 年未曾出版的序：程式設計的觀念

教學七年了，這本講義也用了三年。其間經過多次的修改，不管擴編還是刪減，多半是依據上課時學生的反應而來。這本講義其實很多地方寫得不夠詳細，本想進一步將所有細節完整呈現，成為一本書。但幾經思量，仍維持原貌，原因是太詳細的內容會養成學生的依賴心，喪失原先期望學生自己去補足不清楚、不詳細的部分。希望學生藉著這門課拾回過去學得不清不白的微積分、統計學、機率與線性代數。

這本講義企圖將數學原理以電腦數據圖表的方式呈現出來，再要求同學以文字圖案呈現出其間的條理，這樣的訓練是現今大學生十分欠缺的。說穿了就是「表達的能力」的培養。這可不是說、學、逗、唱之類的表達，而是一種試圖將不易說清楚或難以理解的東西，透過文字、圖表或語言將它交代清楚。這樣的能力絕對需要長時間的訓練，有了這項「絕技」，大學畢業生不必急著說自己學非所用，有太多的事實證明，擁有絕佳的表達能力，放諸四海都餓不著肚子。

表達能力的養成必須按部就班，一點都急不得。可惜的是，莘莘學子不是自作聰明，便是固執己見，往往喜歡憑自己過去的經驗來解決未知的問題，缺乏耐心去熟練不熟悉的工具，不願將專注力用在問題的觀察。學習過程像極矇著雙眼亂砍、亂殺，到頭來學不到東西還怪老師出太多怪怪的功課，既對升學沒有幫助，也無助以後做生意賺大錢，不多久便放棄了，殊是可惜。

以寫作程式為例，每一種程式語言都有其語法規範，該怎麼寫？怎麼用？一點也馬虎不得，連錯一點點都不行，沒得商量的。初學者往往輕忽之，不喜歡被「規範」束縛，不願老師一再地提醒，愛怎麼寫就怎麼寫，天才般地自行編撰起語法，結果當然是錯誤百出，讓老師在一旁乾著急。更有甚之，錯了還不認帳，直呼語法太不人性化，不能隨意更動，學它何用。

寫程式首要遵守語法教條，待熟悉語法規範之後，才能漸漸懂得運用，透過寫一些不痛不癢的小程式，一方面熟悉語法，一方面體驗其威力。漸熟，才慢慢從觀察別人寫的「模範程式」中，了解死的語言原來也能玩出活把戲，這才一步步進入寫作程式的精髓，進一步玩出樂趣。這道理亙古不變，古今達人不管學習琴棋書畫，還是打、拿、摔、踢等武藝，無不遵循這樣的哲理：¹

能力未至不可變也、學識未敷不得變也、功侯未到不能變也。
學於師已窮其法，不可不變也、友古人已悉其意，不得不變也、
師造化已盡其理，不能不變也。

從「不可變」、「不得變」、「不能變」，到「不可不變」、「不得不變」、「不能不變，」可以作為寫作程式的養成過程。學習之初應謹慎遵循所有的規範，一絲不苟，不能濫用自己

¹謫自五絕奇人鄭曼青先生名著「曼髯三論。」

的小聰明亂抄捷徑。要聽話、要服從，將老師的交代與叮嚀當作聖旨般遵循，務必做到。一段時日之後，犯錯越少，進步越多，自然而然當變則變，逐漸形成自己的風格。

不能急，成就總在不知不覺中「被別人發現」，絕非刻意營造而能得。別人眼中看到的成就，對自己而言永遠都是平常事而已，只不過在許多小地方比別人好一點點罷了。但別小看這一點點，許許多多的一點點累積起來，那可有多少啊！

汪群超

2005年2月於台北大學

寫在 2002 年實驗後的感想

如果學習數學相關的學科是痛苦的，那真是一個天大的誤會。數學長久以來被「妖魔」化了。在許多學生心中有一種無形的恐懼，甚至厭惡。有些人選擇提早擺脫數學的糾纏，但有些人卻一直揮之不去，走到哪裡都會碰到數學，或與數學相關的領域。

逃避未必求得正果，逃避只是摀著眼睛假裝看不到，一切的逃避或美其名的以不感興趣迴避，都是錯把數學當成表皮摻有農藥的蘋果。儘管知道裡面好吃，卻不敢去碰。但數學能力對一個人的重要性不會因此消失，因為數學能力的展現不一定用來解決數學問題。或許因為如此隱晦，才會引導學生對數學的學習做出零和的決定：學或不學，而且往往是一輩子的賭注。

這本單元式的講義企圖挽回一般學生對數學莫名的恐懼，進而開始喜歡上它。不管你以前多麼痛恨數學，從此刻起，不計前嫌地再一次面對數學。這次讓電腦來幫幫忙，透過電腦程式的寫作去了解數學的內涵與精神。數學題材不在深，電腦程式不在精關，一切都是玩票的。學完後，你不會成為電腦程式專家，更不會變成數學家，但是你可能不再討厭數學，且對電腦程式的運作有些概念。或許在不知不覺中，數學與電腦會激盪出你未來求知求學的另一番憧憬。幾句話充作參考：

- 用電腦來解決數學問題，比較輕易地化解對數學的厭惡與對電腦的恐懼。
- 用電腦來解決數學問題，找不到答案也可以觀察到許多未知的領域。
- 用電腦來解決數學問題，不知不覺中，觀察、解析問題的能力提昇了。
- 用電腦來解決數學問題，時間似乎流逝得特別快，你已經沈浸在裡面了。
- 用電腦來解決數學問題，看問題的角度變大了、變寬廣些了。

對數學的畏懼來自不當的教學或失敗者的恫嚇。不了解其實學習數學是培養各種領域專長的催化劑。數學不見得是第一線的武器，但它永遠是後勤的資源。常常隱而不見，需要時，卻自然流露。不要小看數學的影響力，它無所不在、無孔不入，你只是沒有得到適當的引導！這本講義透過獨立單元介紹一些統計系學生會接觸到的數學，並結合數學軟體 MATLAB，將數學的內涵呈現在螢幕上。這本講義的編排方式不是朝向完整教科書的鉅細靡遺，僅作為上課練習的腳本與課後作業的參考，上課的過程仍是必須的。部分內容摘自同學的作品。當學生的數學情緒被激發時，我似乎看到潛藏在他們內心理面，受到壓抑的數理能力，他們的發現往往超過我的預期。

汪群超

2002 年 7 月於台北大學